

Ausarbeitung zu "Michelson-Interferometer"

Anfängerpraktikum Teil 3
Technische Universität München

Clara Donat, Matthias Quintern
Kurs Block A, Gruppe 5, Team 9

01. März 2021

Einleitung

Dieser Versuch beschäftigt sich mit verschiedenen Anwendungsmöglichkeiten eines sogenannten Michelson-Interferometers.

Mithilfe dieses Messgeräts konnte Albert A. Michelson im Jahr 1881 die Existenz des Lichtäthers widerlegen. Bis heute kommt es in der Grundlagenforschung zum Einsatz.

In diesem Praktikum wird das Interferometer zur Bestimmung der Brechungsindizes von Luft und Plexiglas verwendet.

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	2
1.1 Zweistrahl-Interferenz	2
1.2 Michelson-Interferometer	3
1.3 Druckabhängiger Brechungsindex von Gasen	3
1.4 Brechungsindex transparenter Festkörper	4
2 Experimentelles Vorgehen	4
2.1 Ganghöhe des verschiebbaren Spiegels	5
2.2 Brechungsindex von Luft	5
2.3 Brechungsindex von Plexiglas	5
3 Ergebnisse und Diskussion	5
3.1 Ganghöhe des verschiebbaren Spiegels	5
3.2 Brechungsindex von Luft	6
3.3 Brechungsindex von Plexiglas	6
4 Literaturverzeichnis	6

1 Grundlagen

1.1 Zweistrahl-Interferenz

Das Michelson-Interferometer beruht auf dem Prinzip der Interferenz. Betrachtet man das zeitlich und örtlich veränderliche elektrische Feld $E(t, \vec{r})$ einer elektromagnetischen Welle und nimmt vereinfachend an, dass sie eben und monochromatisch ist, ergibt sich bei einer Ausbreitung in z-Richtung folgende mathematische Darstellung:

$$E(t, z) = E_0 \cdot \exp[i(\omega t + kz + \phi)]. \quad (1)$$

Hierbei bezeichnet E_0 die Amplitude, ϕ den Nullphasenwinkel, $\omega = 2\pi\nu$ die Kreisfrequenz und $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ die Wellenzahl der elektromagnetischen Welle. Zusammen mit der Wellenlänge λ lässt sich die Lichtgeschwindigkeit $c = \frac{c_0}{n}$, welche vom Brechungsindex n des Mediums abhängig ist, mit:

$$c = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu \quad (2)$$

berechnen. Überlagern sich nun zwei Lichtwellen, erhält man gemäß dem Superpositionsprinzip durch Addition der Einzelamplituden die resultierende Gesamtamplitude:

$$E(t) = E_{0,1} \cdot \exp[i(\omega t + \Phi_1)] + E_{0,2} \cdot \exp[i(\omega t + \Phi_2)], \quad (3)$$

wobei der Ort z festgehalten und $k \cdot z$ mit ϕ zu einem konstanten Φ zusammengefasst wurde.

Die zugehörige Intensität, also der Energiedurchgang pro Zeit und Fläche, lässt sich über das Produkt der komplexen Wellen mit ihrem komplex Konjugierten $E^*(t)$ nach mehreren Umformungen [2] mit:

$$I = E(t) \cdot E^*(t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\Phi) \quad (4)$$

berechnen. Diese Intensitätsgleichung ist wegen dem Kosinus 2π -periodisch und für den Phasenunterschied $\Delta\Phi$ der Teilwellen gilt:

$$\Delta\Phi = N \cdot 2\pi \quad \text{für Maxima und} \quad (5)$$

$$\Delta\Phi = (N + \frac{1}{2}) \cdot 2\pi \quad \text{für Minima,} \quad (6)$$

wobei N die Ordnung der Maxima/Minima ist.

Die optische Weglänge s , die das Licht im Medium mit Brechungsindex n zurücklegt, kann man mit der geometrischen Weglänge l zu $s = l \cdot n$ berechnen. Als Gangunterschied $\Delta s = \Delta\Phi \cdot \frac{\lambda}{2\pi}$ bezeichnet man die Differenz zweier optischer Weglängen. Damit erhält man als Bedingungen für Extrema:

$$\Delta s = N \cdot \lambda \quad \text{für Maxima und} \quad (7)$$

$$\Delta s = (N + \frac{1}{2}) \cdot \lambda \quad \text{für Minima.} \quad (8)$$

1.2 Michelson-Interferometer

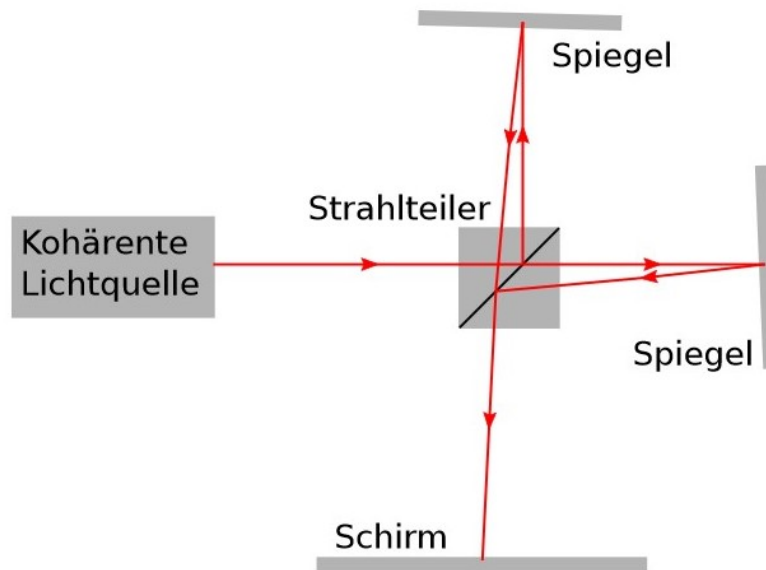


Abbildung 1: Aufbau eines Michelson-Interferometers [2]

Wie in Abbildung 1 dargestellt, treffen die Wellen von der Lichtquelle eines Michelson-Interferometers zunächst auf einen Strahlteiler. Dort werden sie aufgeteilt, durchlaufen verschieden lange optische Wege und werden nach Reflexion an einem Spiegel wieder zum Strahlteiler zurückgelenkt. Diejenigen elektromagnetischen Wellen, die nicht in Richtung Lichtquelle reflektiert werden, treffen schließlich auf einen Schirm und bilden dort ein Interferenzmuster.

Der Gangunterschied der beiden Lichtstrahlen kann hierbei durch eine Veränderung der geometrischen Weglänge oder des Brechungsindex beeinflusst werden:

$$\Delta s = 2\Delta l \cdot n \quad (9)$$

$$\Delta s = 2l \cdot \Delta n, \quad (10)$$

wobei der Faktor 2 vom doppelten Durchlaufen der Arme des Interferometers herrührt.

1.3 Druckabhängiger Brechungsindex von Gasen

Der Brechungsindex eines Mediums hängt von dessen Elektronendichte ab, da er durch die Wechselwirkung von elektromagnetischen Wellen mit Elektronen entsteht. Konkret besteht zwischen der Anzahldichte ρ_{Gas} der Atome/Moleküle und n der Zusammenhang $n - 1 \propto \rho_{Gas} = \frac{N_{Gas}}{V}$ mit der Atom-/Molekülanzahl N_{Gas} im Volumen V .

Zusammen mit der Zustandsgleichung idealer Gase [2] ergibt sich die Formel:

$$n = 1 + \chi \cdot \frac{p}{T}. \quad (11)$$

Hierbei steht p für den Gasdruck und T für die Temperatur. Die Proportionalitätskonstante χ lässt sich über die Steigung eines n - p -Diagramms ermitteln.

1.4 Brechungsindex transparenter Festkörper

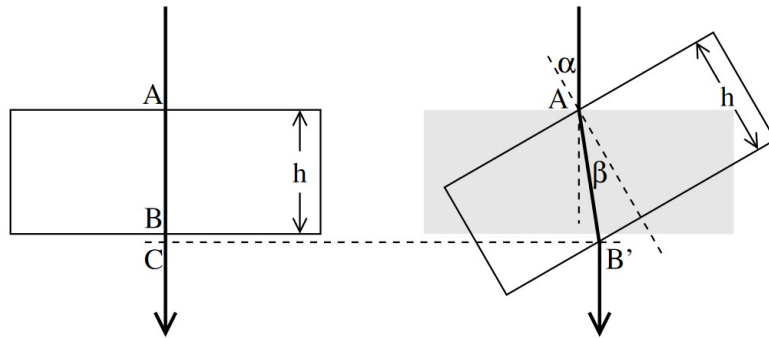


Abbildung 2: links: senkrechter Lichteinfall, rechts: Strahlengang bei Einfallswinkel α [2]

Um den Brechungsindex eines lichtdurchlässigen Quaders zu bestimmen, verändert man die optische Weglänge, die das Licht in ihm zurücklegen muss, indem man den Quader dreht. Den Gangunterschied zwischen dem linken bzw. rechten Strahl in Abbildung 2 ergibt sich mit $n_{Luft} \approx 1$ zu:

$$\Delta s = 2 \cdot (n \cdot \overline{AB'} - n \cdot \overline{AB} - \overline{BC}). \quad (12)$$

\overline{AB} ist die Dicke h des Quaders und es gilt $\overline{AB'} = \frac{h}{\cos \beta}$. Unter Ausnutzung verschiedener geometrischer Zusammenhänge, dem Snelliusschen Brechungsgesetz sowie einem Additionstheorem [2] kann man Gleichung 12 zu:

$$\Delta s = 2h \cdot \left(1 - n - \cos(\alpha) + \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} \right) \quad (13)$$

vereinfachen.

2 Experimentelles Vorgehen

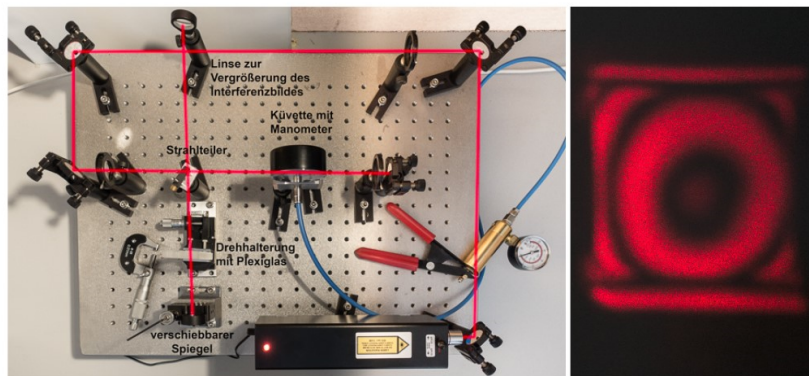


Abbildung 3: links: Foto vom Versuchsaufbau, rechts: Interferenzmuster auf dem Schirm [2]

Zunächst werden die fünf Spiegel wie in Abbildung 3 so feinjustiert, dass ein Interferenzmuster auf dem Schirm entsteht.

2.1 Ganghöhe des verschiebbaren Spiegels

Als erstes soll die Ganghöhe einer Mikrometerschraube bestimmt werden, die einen Spiegel verschiebt. Dadurch verlängert oder verkürzt sich die Weglänge einer der Laserstrahlen, wodurch sich das Interferenzmuster am Schirm ändert. Die Ganghöhe der Schraube ist dabei gleich der Distanz, um die der Spiegel bei einer vollen Schraubendrehung verschoben wird.

Zur Bestimmung der Ganghöhe wird die Schraube solange gedreht, bis am Schirm hundert Interferenzmaxima durchlaufen wurden. Die Schraubenposition wird vorher und nachher an einer Skala mit $50 \text{ Skt} = 1$ Umdrehung abgelesen. Dabei steht „Skt“ für „Skalenteile“. Durch die Empfindlichkeit des Aufbaus ist es schwierig, die durchlaufenden Maxima genau mitzuzählen. Daher wird der Versuch mehrmals wiederholt.

2.2 Brechungsindex von Luft

Um den druckabhängigen Brechungsindex von Luft zu bestimmen, montiert man eine Küvette in das Michelson-Interferometer, welche man mit einer Handpumpe evakuieren kann. Nun entfernt man nach und nach die Luft aus der Küvette und notiert sich alle drei Interferenzmaxima die angezeigte Druckdifferenz. Dieser Vorgang wird anschließend noch einmal wiederholt.

2.3 Brechungsindex von Plexiglas

In diesem Versuchsteil wird eine planparallele Plexiglasplatte in einen Drehtisch eingespannt. Über eine Mikrometerschraube lässt sich der Quader verdrehen und somit der Einfallswinkel des Lichts ändern. Nachdem die Platte zunächst senkrecht zur Strahlrichtung gestellt wurde, nimmt man fünfzehn Werte für den Winkel auf, um den das Plexiglas gedreht werden muss, sodass jeweils zwei Interferenzmaxima durchlaufen werden. Um mehr Messdaten zu erhalten, führt man dieses Verfahren zweimal durch.

3 Ergebnisse und Diskussion

3.1 Ganghöhe des verschiebbaren Spiegels

Um die Ganghöhe zu bestimmen, muss ein Zusammenhang mit dem Gangunterschied bei 100 durchlaufenen Interferenzmaxima hergestellt werden. Dieser ergibt sich mit Gleichung 8 und der Laserwellenlänge $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ zu $\Delta s = 63.28 \mu\text{m}$. Die Messung wurde sechs mal durchgeführt, wobei jedes Mal die Unsicherheit der durchlaufenen Maxima $u(N)$ abgeschätzt wurde.

Mit 1 Umdrehung = 50 Skt findet man $\frac{n_{Skt}}{50} \cdot h = \frac{\Delta s}{2}$, wobei h die Ganghöhe der Schraube und n_{Skt} die Umdrehung in Skalenteilen ist. Der Faktor $\frac{1}{2}$ kommt daher, dass die Verschiebung des Spiegels den Hin- und Rückweg des Strahls beeinflusst. Durch Umstellen nach h erhält man:

$$h = \frac{25 \cdot \Delta s}{n_{Skt}} = \frac{25 \cdot N \lambda}{n_{Skt}}. \quad (14)$$

Messung Nr.	n_{Skt}	$u(N)$	$h \mu\text{m}$
1	38.0	5	41.6 ± 2.1
2	35.0	5	45.2 ± 2.3
3	43.5	8	36.4 ± 2.9
4	31.5	3	50.2 ± 1.5
5	35.5	5	44.6 ± 2.2
6	33.0	6	47.9 ± 2.9

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der Ganghöhe

Damit ergeben sich sechs verschiedene Werte für h , diese sind zusammen mit n_{Skt} und $u(N)$ in Tabelle 1 aufgetragen. Das Endergebnis ist der gewichtete Mittelwert $\bar{h} = (45.6 \pm 1.9) \mu\text{m}$. Der Wert liegt im Mikrometerbereich, die Schraube wird dem Namen „Mikrometerschraube“ also gerecht.

3.2 Brechungsindex von Luft

Die Messung wurde viermal für steigenden Druck wiederholt. Die Daten der ersten Messreihe weichen jedoch recht stark von den anderen drei Reihen ab. Der Grund dafür ist, dass der Versuchsraum nach der ersten Messreihe Covid-19-bedingt gelüftet werden musste und es so zu einem merklichen Temperaturabfall kam. Die Temperatur während den letzten Messreihen wurde leider nicht gemessen und wird daher auf $T = (16.0 \pm 2.5)^\circ\text{C}$ geschätzt. Die erste Messreihe wird nicht in die Berechnung miteinbezogen. Zunächst soll die Proportionalitätskonstante χ aus der Steigung eines $\Delta n - \Delta p$ Diagrammes bestimmt werden. Gemessen wurde p in Abhängigkeit von N , man findet aber mithilfe von Gleichung 10

$$\Delta n = \frac{\Delta N \cdot \lambda}{2l}, \quad (15)$$

mit der Länge der Küvette $l = 5.02\text{cm}$. Für eine bessere Genauigkeit wird $\Delta n = \chi \cdot p$ gefittet. Der gewichtete Mittelwert aus den drei Messreihen ist dann $\bar{\chi} = (29,8 \pm 1,3) \cdot 10^{-5} \frac{\text{K}}{\text{bar}}$. Setzt man $\bar{\chi}$ und T in Gleichung 11 ein, erhält man für den druckabhängigen Brechungsindex von Luft bei $T = 16,0^\circ\text{C}$:

$$n_{\text{Luft}}(p) = 1 + \frac{\bar{\chi}}{T} \cdot p = 1 + 1,031 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{bar}} \cdot p, \quad (16)$$

wobei p in bar angegeben werden muss.

3.3 Brechungsindex von Plexiglas

Zur Bestimmung des Brechungsindex plottet man $\Delta s = N \cdot \lambda$ gegen den Winkel α , um den die Platte verdreht wurde. Dabei wird für α der Mittelwert der beiden Messreihen verwendet. Passt man nun eine Fitkurve wie in Gleichung 13 mit n als Fitparameter an, ergibt sich folgender Graph:

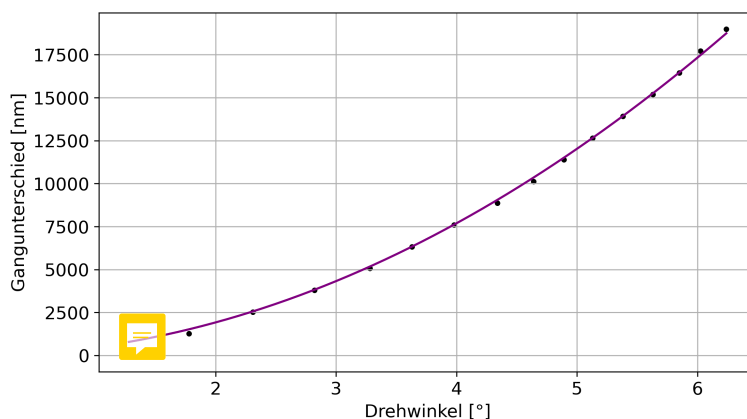


Abbildung 4: Gangunterschied gegen Drehwinkel

Aus Matlab erhält man $n = 1,456 \pm 0,016$ als Endergebnis für den Brechungsindex der Plexiglas-scheibe. Vergleicht man dies mit dem Literaturwert von $n = 1,49$ [1], so liegt der experimentell ermittelte Wert in einer realistischen Größenordnung.

4 Literaturverzeichnis

- [1] Lensation GmbH. *Brechungsindex*. OptoWiki Wissensdatenbank. URL: <https://www.optowiki.info/de/glossar/brechungsindex/>.
- [2] Fakultät für Physik. *Michelson-Interferometer (INT)*. Technische Universität München. 25. Feb. 2021. URL: <https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap3/INT.pdf>.

Interferometrie

A1	Messung	Skalentaste	Unsicherheit Maximal
	1	38	3
	2	35	5
	3	43,5	8
	4	31	3
	5	35,5	5
	6	33	6

A2	Druck [mmHg ^{bar}]	Maxima	Druck	Maxima
Messung 1:	0 0	0	Messung 2: 0	0
	0,08 0,08	3	0,06	3
	0,16	6	0,12	6
	0,22	9	0,19	9
	0,34	12	0,24	12
	0,44	15	0,3	15
	0,52	18	0,36	18
	0,6	21	0,41	21
	0,7	24	0,46	24
	0,78	27	0,52	27
		30	0,58	30
			0,63	33

$$d = 0,5 \text{ cm} \pm 0,05 \text{ mm}$$

Messung	Druck	Maxima	Messung 4	Druck	Maxima
	0	0		0	0
	0,06	3		0,06	3
	1,14 0,14	6		0,12	6
	0,2	9		0,2	9
	0,26	12		0,26	12
	0,32	15		0,32	15
	0,4	18		0,4	18
	0,46	21		0,48	21
	0,52	24		0,52	24
	0,6	27		0,6	27
	0,68	30		0,64	30
	0,72	33		0,74	33
		36			
		39			

$$\alpha = 0 \cong 452^\circ \pm 1^\circ$$

$$A3 \quad \lambda = 632,8 \text{ nm}$$

$$AW: \begin{array}{l} 1) 152^\circ + 40 \text{ Skalenteile, } 1^\circ = 50 \text{ Skalenteile} \\ 2) 157^\circ + 38 \text{ Skalenteile} \end{array}$$

Maxima	AW + (Grad, Skalenteil)	AW + Grad, Skt
2	1,39	1,39
4	2,17	2,14
6	2,40	2,42
8	3,14	3,14
10	3,30	3,33
12	4,00	3,48
14	4,20	4,14
16	4,35	4,23
18	4,46	4,43

12

1)

2)

Maxima

AW + (Grad, Shellenteil)

AW + (Grad, Shell)

20

5,08

5,05

22

5,21

5,17

24

5,33

5,30

26

5,44

5,41

28

6,05

6,02

30

6,11

6,13