Ausarbeitung zu "Röntgenstrahlung"

Anfängerpraktikum Teil 3 Technische Universität München

Clara Donat, Matthias Quintern Kurs Block A, Gruppe 5, Team 9

03. März 2021

Einleitung

In diesem Versuch werden verschiedene mit Röntgenstrahlung im Zusammenhang stehende Phänomene behandelt. Neben dem Emissionsspektrum der verwendeten Röntgenröhre werden unter anderem die Absorption in einer Zirkoniumfolie, die Röntgenbeugung an einem Lithiumfluorid sowie die Detektortotzeit gemessen.

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen	2							
	1.1 Röntgenröhre	2							
	1.2 Bremsstrahlung	2							
	1.3 Charakteristische Strahlung	3							
	1.4 Absorption von Röntgenstrahlung	3							
	1.5 Geiger-Müller-Zähler	3							
	1.6 Röntgenbeugung an Kristallgittern	3							
2	Experimentelles Vorgehen	4							
	2.1 Emissionsspektrum der Röntgenröhre	4							
	2.2 Absorption in einer Zirkoniumfolie	4							
	2.3 Messung der Winkelgenauigkeit	4							
	2.4 Röntgenbeugung an Lithiumfluorid	4							
	2.5 Intensitätsabhängige Messung	4							
	2.6 Spannungsabhängige Minimalwellenlänge	4							
3	Ergebnisse und Diskussion 5								
	3.1 Winkelunsicherheit	5							
	3.2 Emissionsspektrum der Röntgenröhre	6							
	3.3 Transmission der Zirkonium-Folie	6							
	3.4 Gitterkonstante des LiF-Kristalls	7							
	3.5 Detektortotzeit	7							
	3.6 Plancksches Wirkungsquantum	8							
4	Zusätzliche Fragen	9							
5	Literaturverzeichnis	10							

1 Grundlagen

Werden schnelle Elektronen in der Atomhülle abgebremst, entsteht hochenergetische elektromagnetische Strahlung. Diese wird dann als *Röntgenstrahlung* bezeichnet. Die Wellenlänge der Röntgenstrahlung ist per Definiton nach oben auf etwa 1 nm begrenzt, nach unten ist sie durch die im Labor erreichbare Energie E der Elektronen beschränkt. Diese kann man mit:

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \tag{1}$$

berechnen, wobe
i $h=6,626\cdot 10^{-34}\,{\rm Js}$ das Plancksche Wirkungsquantum [3] und
c die Vakuumlichtgeschwindigkeit ist.

1.1 Röntgenröhre

Zur Erzeugung von Röntgenstrahlung benötigt man schnelle Elektronen. Freie Elektronen können beispielsweise in einem Glühdraht erzeugt und in einem elektrischen Feld beschleunigt werden. Eine Röntgenröhre besteht daher aus einer Glühkathode und einer abgeschrägten Anode, zwischen denen eine Hochspannung U anliegt. Die Elektronen werden in der Anode gebremst, wobei dann die Röntgenstrahlung entsteht. Durch die Abschrägung der Anode tritt die Strahlung seitlich aus der Röntgenröhre aus. Die Elektronenzahl und damit die Stromstärke lässt sich über die Heizspannung U_H am Glühdraht ändern, wohingegen man die Elektronengeschwindigkeit über die Hochspannung U zwischen Anode und Kathode beeinflussen kann.

1.2 Bremsstrahlung

Die Elektronen treffen auf die Anode und werden in ihr gebremst. Dabei wird ein Photon erzeugt, dessen Energie der Differenz $E_{\rm kin,vor} - E_{\rm kin,nach}$ entspricht. Die Energie und damit auch die Untergrenze für die Wellenlänge der Photonen ist also durch die Spannung zwischen Anode und Kathode beschränkt. Unter der Annahme, dass die Elektronen nach dem Austritt aus dem Glühdraht eine vernachlässigbare Anfangsgeschwindigkeit besitzen, gilt für die maximale Photonenenergie E und minimale Wellenlänge λ_0

$$E = e \cdot U = \frac{h \cdot c}{\lambda_0}.$$
 (2)

 λ_0 wird auch als *Grenzwellenlänge* bezeichnet.



Abbildung 1: Emissionsspektrum einer Röntgenröhre [3]

1.3 Charakteristische Strahlung

Bei Betrachtung des Emissionsspektrums einer Röntgenröhre, wie es in Abbildung 1 dargestellt ist, fallen zwei Peaks auf. Diese bezeichnet man als charakteristische Linienstrahlung. Sie tritt dadurch auf, dass die Elektronen Atome in der Anode ionisieren, also Elektronen aus der Atomhülle befördern. Am wahrscheinlichsten ist es, dass Elektronen der inneren Schalen (K, L) "herausgeschlagen" werden, da deren Kopplung zum Atomkern größer ist und dieser einen Teil des Impulses aufnehmen muss. Beim Auffüllen der Löcher durch Elektronen höherer Energieniveaus wird dann ein Photon mit der Energiedifferenz der Niveaus emittiert. In diesem Versuch wird nur die K_{α} und K_{β} Linie zu beobachten sein; bei K_{α} wechselt ein Elektron von der L - in die K - Hülle, bei der K_{β} Linie von der M - in die K - Hülle.

1.4 Absorption von Röntgenstrahlung

Für die Intensität I von elektromagnetischer Strahlung beim Durchgang durch absorbierendes Material mit Absorptionskoeffizient μ und Dicke d gilt

$$I(d) = I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot d). \tag{3}$$

Für die Absorption von Photonen in Materialien hoher Ordnungszahlen ist hauptsächlich der Photoeffekt verantwortlich. Mit abnehmender Wellenlänge (also zunehmender Energie) sinkt der Absorptionskoeffizient A, jedoch steigt er wieder sprungartig bei bestimmten Wellenlängen. Bei diesen λ wird gerade die Energie erreicht, die benötigt wird, um ein Elektron aus einem höherem Energieniveau herauszuschlagen. Diese Sprungstellen werden als Absorptionskanten bezeichnet.

Die Absorption kann mittels der Transmission untersucht werden, indem man die Intensität mit dem Absorber (I) und ohne den Absorber (I_0) vergleicht. Für den *Transmissionskoeffizient* T gilt die Beziehung:

$$T(\lambda) = \frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)}.$$
(4)

1.5 Geiger-Müller-Zähler

Um die Röntgenstrahlung bei den Versuchen nachzuweisen, wird ein Geiger-Müller-Zählrohr verwendet. Treten Röntgenphotonen in das Rohr ein, ionisieren sie dort Gasmoleküle. Die frei werdenen Elektronen werden durch eine hohe Spannung, welche zwischen der Rohrwand und einem Draht auf der Rohrachse anliegt, zum Draht beschleunigt. Dabei werden weitere Moleküle ionisiert und es entsteht eine Elektronenlawine, die im Draht einen Ladungsimpuls erzeugt. Dieser kann durch nachgeschaltete Elektronik digital angezeigt werden, so dass man die Zahl der eintretenden Photonen pro Sekunde messen kann. Direkt nach dem Nachweis eines Röntgenphotons kommt es zu einer Totzeit τ , in der keine weiteren Photonen registriert werden können. Bei dem hier verwendeten Zählrohr wird beim Eintreffen eines Röntgenquants während der Totzeit allerdings eine neue Totzeit gestartet. Man erhält als Beziehung zwischen der Rate der einfallenden Photonen R und der Zählrate R_Z des Detektors

$$R_Z = R \cdot \exp(-R \cdot \tau). \tag{5}$$

1.6 Röntgenbeugung an Kristallgittern

Ein Geiger-Müller-Zählrohr kann nur erkennen, dass ein Photon einfällt, aber nicht die zugehörige Wellenlänge λ anzeigen. Um diese zu ermitteln, nutzt man Beugungserscheinungen an einem Kristall. Das Prinzip ist in Abbildung 2 dargestellt: Die Röntgenstrahlung fällt im Winkel θ auf den Kristall; der Detektor wird im Winkel $2 \cdot \theta$ platziert. Die *Bragg-Bedingung*

$$n \cdot \lambda = 2d\sin(\theta_n),\tag{6}$$

liefert bei eingesetzem θ_n dann λ , wobei n = 1, 2, 3... die Ordnung der Beugungsmaxima und d der Netzebenenabstand des Kristalls sind.



Abbildung 2: (1) Kollimator, (2) Probentisch, (3) Detektor mit Blende [3]

2 Experimentelles Vorgehen

Das in diesem Versuch verwendete Schulröntgengerät besitzt eine Röntgenröhre mit Molybdän-Anode und ein Bedienfeld zur Einstellung der benötigten Parameter. Die erhaltenen Messdaten werden mit dem Programm "Röntgenstrahlung" am Computer aufgenommen.

2.1 Emissionsspektrum der Röntgenröhre

In diesem Teilversuch wird zunächst ein NaCl-Kristall am Probentisch eingespannt. Anschließend stellt man eine Röhrenhochspannung von U = 35 kV, einen Emissionsstrom von I = 0, 8 mA, eine Messzeit pro Winkelschritt $\Delta t = 1 \text{ s}$, eine Winkelschrittweite $\Delta \beta = 0, 1^{\circ}$ und eine θ -2 θ -Kopplung ein. Die β -Limits für den Probentisch werden auf 2° und 25° festgelegt.

2.2 Absorption in einer Zirkoniumfolie

Nachdem eine Zirkoniumfolie auf dem Detektor angebracht wurde, misst man das Spektrum im Intervall von 4° bis 10° mit ansonsten unveränderten Parametern.

2.3 Messung der Winkelgenauigkeit

Um die Winkelungenauigkeit zu bestimmen, wird die erste Messung mit einem um 180° gedrehten NaCl-Kristall im Bereich von 2°-10° wiederholt. Durch Vergleich der entstehenden Graphen lässt sich eine Winkelungenauigkeit abschätzen.

2.4 Röntgenbeugung an Lithiumfluorid

Auch in diesem Versuchsabschnitt werden die gleichen Parameter wie im ersten Teilversuch verwendet. Allerdings wird nun ein LiF-Einkristall statt dem NaCl-Kristall auf dem Probentisch befestigt.

2.5 Intensitätsabhängige Messung

Im Winkelbereich zwischen 8° und 11° wird bei $\Delta t = 4$ s und U = 35 kV die Stromstärke I von 0,1 mA bis 1,0 mA in 0,1 mA-Schritten variiert und das enstehende Spektrum gemessen.

2.6 Spannungsabhängige Minimalwellenlänge

Zuletzt variiert man bei einer Winkelschrittweite $\Delta \beta = 0, 1^{\circ}$ die Beschleunigungsspannung U. Die genauen Werte für die anderen Einstellungsparameter können aus der Tabelle im Abschnitt 4.1 der Versuchsanleitung [3]) entnommen werden.

3 Ergebnisse und Diskussion

3.1 Winkelunsicherheit



Abbildung 3: Winkelunsicherheit zwischen Messreihe 1 und 3

Abbildung 3 zeigt die Graphen der Messreihe 1 und 3, welche beide mit identischen Einstellungen durchgeführt wurden. Die beiden Peaks zeigen die charakteristische Strahlung, die bei beiden Versuchen bei derselben Wellenlänge auftreten muss. Da die Versuchsparameter nicht verändert wurden, müssen sie nach der Bragg-Bedingung zudem dieselbe Winkelposition haben.

Es liegt also offenbar eine Winkelunsicherheit vor. Diese wird als x-Distanz zwischen den Peaks gewählt und beträgt bei beiden Maxima $u_1(\theta) = d_x = 0, 1^\circ$. In der Versuchsanleitung ist zusätzlich noch $u_2(\theta) = 0,05^\circ$ gegeben. Als Gesamtunsicherheit erhält man durch quadratische Addition der Werte: $u(\theta) = \sqrt{u_1(\theta)^2 + u_2(\theta)^2} = 0.11^\circ$

3.2 Emissionsspektrum der Röntgenröhre

Um die Winkel-Positionen der K_{α} - und K_{β} -Linien zu erhalten, erstellt man einen Plot der aufgenommenen Daten.



Abbildung 4: Emissionsspektrum der Molybdän-Röntgenröhre

Setzt man die aus Abbildung 4 graphisch bestimmten Winkel θ_n in Gleichung 6 unter Beachtung der Ordnung n ein, lassen sich die zugehörigen Wellenlängen berechnen. Die jeweilige Energie der Elektronen erhält man mit Gleichung 1.

Tabelle 1 enthält alle so ermittelten Werte, wobei $u(\lambda_i)$ und $u(E_i)$ mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt wurden.

Ordnung	$Winkel_{\alpha}$	$\lambda_{\alpha} [\mathrm{pm}]$	$Winkel_{\beta}$	$\lambda_{\beta} \text{ [pm]}$	E_{α} [keV]	$E_{\beta} \; [\text{keV}]$
1	$7, 2 \pm 0, 11$	$70,7\pm1,1$	$6,4\pm0,11$	$62, 9 \pm 1, 1$	$17,55\pm0,27$	$19,73 \pm 0,34$
2	$14, 6 \pm 0, 11$	$71,09\pm0,53$	$12,9\pm0,11$	$62,00 \pm 0,54$	$17,45\pm0,13$	$19,71 \pm 0,17$
3	$22, 2 \pm 0, 11$	$71,04\pm0,34$	$19,7\pm0,11$	$63,38\pm0,35$	$17,466 \pm 0,084$	$19,58 \pm 0,11$
gew. Mw		$71,03\pm0,28$		$63, 23 \pm 0, 28$	$17,467 \pm 0,068$	$19,622 \pm 0,087$

Tabelle 1: Winkel, Wellenlängen und Energien der K_α und K_β Linien

Die Literaturwerte für die Energien $E_{\alpha,lit} = 17,4 \text{ keV}$ und $E_{\beta,lit} = 19,6 \text{ keV}$ [2] stimmen innerhalb der Unsicherheiten mit den errechneten Werten überein. Dies gilt auch für die aus $E_{i,lit}$ mit Gleichung 1 berechneten Wellenlängen $\lambda_{\alpha,lit} = 71,3 \text{ pm}$ und $\lambda_{\beta,lit} = 63,3 \text{ pm}$.

3.3 Transmission der Zirkonium-Folie

Um die Lage der Absorptionskante zu bestimmen, plottet man die Transmissionskurve der Zirkoniumfolie. Dabei wird der Transmissionskoeffizient auf der y-Achse und die Wellenlänge auf der x-Achse aufgetragen.



Abbildung 5: Absorptionskante (schwarz) mit Unsicherheit (grau)

Ersteren erhält man, indem man gemäß Gleichung 4 die gemessene Zählrate mit angebrachter Zirkoniumfolie durch jene ohne Folie teilt.

Die Wellenlängen lassen sich mit der Bragg-Bedingungen 6 berechnen, wobei diesmal nur Maxima erster Ordnung auftreten.

Graphisch lässt sich die Position der Absorptionskante auf $\lambda = 68 \text{ pm}$ mit einer geschätzen Unsicherheit von $u(\lambda) = 1 \text{ pm}$ festlegen.

Die zugehörige Energie ergibt sich mit Gleichung 1 zu $E = (18, 25 \pm 0, 27)$ keV. Für Zirkonium findet man den Literaturwert $E_{\text{Lit}} = 17.970$ eV [5] für den K β_2 -Übergang, welcher knapp unter dem experimentell ermitteltem Wert liegt.

3.4 Gitterkonstante des LiF-Kristalls

Um die Gitterkonstante des Lithium-Flourid Kristalls zu bestimmen, kann die Bragg-Bedingung genutzt werden, da die Wellenlängen der charakteristischen Strahlung der verwendeten Röntgenröhre in einem vorherigen Versuchsteil bestimmt wurden. Umstellen der Bragg-Bedingung für Peaks erster Ordnung liefert

$$d = \frac{\lambda}{2\sin(\theta)}.\tag{7}$$

Es wird nur die erste Ordnung betrachtet, da die Peaks anderer Ordnungen aus den Messdaten nicht erkennbar sind. Mit $\lambda_{\alpha} = (71.03 \pm 0.28) \text{ pm}, \lambda_{\beta} = (63.23 \pm 0.28) \text{ pm}, \theta_{\alpha} = 10,20^{\circ} \pm 0,11^{\circ}$ sowie $\theta_{\beta} = 9,10^{\circ} \pm 0,11^{\circ}$ erhält man $d_{\alpha} = (200.5 \pm 2.3) \text{ pm}$ und $d_{\beta} = (199.9 \pm 2.6) \text{ pm}.$

Daraus lässt sich der gewichtete Mittelwert zu $d = (200.2 \pm 1.9)$ pm bestimmen. Als Literaturwert findet sich bei einer Firma, die Lithium-Flourid Kristalle vertreibt, a = 4.02 Å [1]. Laut der Versuchsanleitung entspricht dies bei dem zweiatomigen Kristall dem doppelten Gitterabstand, also $d_{\text{Lit}} = 201$ pm, was innerhalb der Unsicherheit des experimentell ermittelten Wertes liegt.

3.5 Detektortotzeit

Für die Bestimmung der Detektortotzeit nimmt man an, dass die Zählrate R linear mit dem eingestellten Strom I wächst, dass also $R = r \cdot I$ gilt, wobei r die Steigung ist.

Setzt man dies in Gleichung 5 ein, erhält man:

$$R_Z = r \cdot I \cdot e^{-r \cdot I \cdot \tau}.$$
(8)

Trägt man nun die R_{max} der K_{α}-Linien für die unterschiedlichen Stromstärken gegen I auf, kann man Gleichung 8 als Fitfunktion anpassen.



Abbildung 6: Maxima der Messraten für die K_{α} -Linien gegen die Stromstärke

Als Werte für die Fitparameter r und τ erhält man $r = 1100 \pm 190 \frac{1}{\text{s-mA}}$ und $\tau = 320 \pm 150 \,\mu\text{s}$. Der Literaturwert $\tau_{lit} = 100 \,\mu\text{s}$ [4] für die Totzeit eines Geigerzählers liegt knapp nicht innerhalb der Unsicherheiten des experimentell ermittelten Werts; τ hat aber dennoch eine vernünftige Größenordnung.

3.6 Plancksches Wirkungsquantum

Das Planksche Wirkungsquantum lässt sich mittels Gleichung 2 berechnen. Allerdings benötigt man noch die Minimalwellenlänge λ_0 . Um diese zu erhalten, wurden Spektren mit unterschiedlichen Beschleunigungsspannungen aufgenommen. Diese werden für kleine Winkel mit einer linearen Gleichung extrapoliert, um den Nulldurchgang zu erhalten. Aus dem Winkel beim Nulldurchgang erhält man mit der Bragg-Beziehung λ_0 .

Die Spektren mit entsprechenden Fitgeraden sind in Abbildung 7 aufgetragen. Einsetzen der Bragg-Bedingung in Gleichung 2 und Umstellen nach h liefert

$$h = \frac{\lambda \cdot e \cdot U}{c}.\tag{9}$$

Die berechneten Werte für θ_0 , λ_0 und h sind in Tabelle 2 aufgetragen. Bei der Berechnung von θ wurden die Unsicherheiten für die Fitparamter und θ berücksichtigt, bei der Berechnung von λ_0 die von d und θ_0 und bei der Berechnung des Plankschen Wirkungsquantums die Unsicherheiten von λ_0 und U.

Man erhält einen gewichtete Mittelwert von $\bar{h} = (4, 01 \pm 0, 21) \cdot 10^{-15} \text{ eV s}$. Dieser liegt zwar in der richtigen Größenordnung, stimmt innerhalb der Unsicherheit mit dem Literaturwert $h_{\text{Lit}} = 4,13610^{-15} \text{ eV s}$ [3] überein.



Abbildung 7: Spektren bei verschienden Beschleunigungsspannungen mit Fitgeraden

U	θ_0 [°]	$\lambda [\mathrm{pm}]$	$h [10^{-15} \mathrm{eV s}]$
35,0	$4,66\pm0,37$	$32, 6 \pm 2, 6$	$3,80\pm0,31$
32, 5	$5,21 \pm 0,27$	$36, 4 \pm 1, 9$	$3,94\pm0,21$
30,0	$5,80 \pm 0,37$	$40, 5 \pm 2, 6$	$4,05\pm0,27$
28,0	$6,25\pm0,37$	$43, 6 \pm 2, 6$	$4,07\pm0,26$
26, 0	$6,86 \pm 0,48$	$47, 8 \pm 3, 3$	$4,15\pm0,30$
24,0	$7,40\pm0,61$	$51,6\pm4,3$	$4,13\pm0,35$

Tabelle 2: Grenzwinkel, Grenzwellenlängen und Planksche Wirkungsquanten

4 Zusätzliche Fragen

Der maximale Winkel θ unter dem die Strahlung auf den Kristall treffen kann, beträgt $\theta = 90^{\circ}$. Nimmt man an, dass die Intensität der Strahlung für eine Messung unter diesem Winkel ausreicht, kann man mit der Bragg-Bedingung 6 die maximal detektierbare Ordnung n der K_{α} Linie bestimmen:

$$n_{max} = \frac{2 \cdot d}{\lambda_{\alpha}}.$$
(10)

Dabei ist λ_{α} die Wellenlänge der K_{α}-Linie und *d* der Netzebenenabstand des jeweiligen Kristalls. Damit ergibt sich $n_{\max,\text{NaCl}} = 7$ und $n_{\max,\text{LiF}} = 5$. Durch Einsetzen in die Bragg-Bedingung lässt sich der Winkel ermitteln, unter dem die Linie auftritt. Man erhält $\theta_{7,\text{NaCl}} = 61, 8^{\circ}$ und $\theta_{5,\text{LiF}} = 62, 3^{\circ}$. Mit dem Versuchsaufbau wären diese Linien wahrscheinlich eher nicht messbar, da schon die dritte Ordnung nur sehr schwach zu erkennen ist, wie in Abbildung 4 zu sehen ist.

Die L_{α}-Linie ist in den Messdaten nicht erkennbar, lässt sich aber dennoch aus ihnen ermitteln. Die L_{α}-Linie ist der Übergang vom M- auf das L-Niveau. Für die Energiedifferenz gilt mit Gleichung 1 daher

$$E_{\mathcal{L}_{\alpha}} = E_{\mathcal{K}_{\beta}} - E_{\mathcal{K}_{\alpha}} = h \cdot c \left(\frac{1}{\lambda_{\beta}} - \frac{1}{\lambda_{\alpha}} \right).$$
(11)

Mit den in Teil 3.2 berechneten Wellenlängen erhält man schließlich $E_{L_{\alpha}} = (2.15 \pm 0.11) \text{ keV}.$

5 Literaturverzeichnis

- [1] Lithiumfluorid (LiF). Korth-Kristalle GmbH. URL: https://www.korth.de/index.php/material-detailansicht/items/18.html (besucht am 04.03.2021).
- [2] LP-Spektrum der Röntgenröhre. Georg-August-Universität Göttingen. URL: https://lp.uni-goettingen.de/get/text/6047 (besucht am 05.03.2021).
- [3] Fakultät für Physik. *Röntgenstrahlung (RÖN)*. Technische Universität München. 9. März 2016. URL: https://www.ph.tum.de/academics/org/labs/ap/ap3/XST.pdf.
- [4] Was ist die Totzeit der Detektoren Definition. URL: https://www.radiation-dosimetry.org/ de/was-ist-die-totzeit-der-detektoren-definition/ (besucht am 04.03.2021).
- [5] X-Ray Data Booklet. URL: https://xdb.lbl.gov/xdb-new.pdf (besucht am 10.03.2021).